SCUOLE MEDIE

Prima della visita alla mostra

Sembra opportuno suggerire che – prima della visita della mostra – i ragazzi si suddividano in gruppi (di tre o quattro elementi) che lavoreranno autonomamente in mostra e poi relazioneranno ai loro compagni (è bene che ogni gruppo si doti di blocco di carta per appunti e di penne). Non sembra invece opportuno preparare la visita alla mostra con lezioni *ad hoc* di presentazione dei diversi argomenti: l'effetto "sorpresa" è uno degli elementi tipici di un'esposizione come *matemilano.*

In mostra

All'ingresso, il docente comunicherà all'animatore che accoglie la classe quale percorso preferisce venga seguito con la classe, poi lascerà che la guida interagisca direttamente con gli allievi. In assenza di indicazioni precise la guida presenterà la mostra secondo i parametri standard di commento all'esposizione (per questa fascia di età si suggerirà il primo dei tre percorsi che qui vengono illustrati).

Già durante la visita guidata alcuni gruppi potrebbero essere interessati a risolvere un problema o a fermarsi a … "capire" un *exhibit*. Non c'è motivo perché un gruppo debba essere distolto da queste attività: la mostra è comunque troppo ricca per essere "usata" completamente in una sola visita e quindi non c'è motivo per spegnere un interesse.

In ogni caso è bene che almeno nella seconda parte della visita i gruppi possano lavorare con calma a ciò che li incuriosisce, fino a risolvere i problemi proposti negli *exhibit* prescelti.

Dopo la visita

Nei giorni immediatamente successivi alla visita, ci sembra opportuno sfruttare l'occasione offerta dalla visita alla mostra per condurre i vari gruppi a "raccontare" ai compagni che cosa hanno fatto e come l'hanno fatto.

Comunicare qualcosa di matematica "ai pari" è un'attività che non si fa troppo spesso in classe, mentre invece, se opportunamente sfruttata dall'insegnante, può diventare un'occasione estremamente educativa. Pensiamo in particolare a quali difficoltà si incontrano per abituare i ragazzi ad un linguaggio rigoroso, e a quanto il rigore sia spesso sentito solo (e a volte legittimamente!) come un'inutile e artificiosa imposizione: ecco una bella occasione in cui l'opportunità di un linguaggio adeguato nasce semplicemente dall'esigenza di comunicare, senza ambiguità, ciò che si è vissuto.

I percorsi

Non differenziamo qui le proposte per le diverse classi (I, II e III media) perché la scelta degli *exhibit* nei diversi percorsi ci sembra possa essere adatta per tutte e tre le classi. Potranno viceversa variare, a seconda della classe, i tipi di commenti sia durante la visita alla mostra (da parte dell'animatore e/o dell'insegnante) sia soprattutto in classe dopo la visita, passando gradualmente (a seconda della classe, e a seconda anche del grado di maturità raggiunto dai ragazzi) dalla semplice osservazione di un fenomeno al tentativo, via via più consapevole, di dare una giustificazione del fenomeno osservato.

In effetti, la mostra è stata fin dall'inizio pensata per avere diversi livelli di lettura: la visita ad una mostra non deve essere una lezione di matematica quanto piuttosto un'occasione per cogliere degli stimoli e costruirsi un bagaglio di esperienze sul quale poi il docente a scuola potrà lavorare con profitto. Se la curiosità è stata abbastanza sollecitata, e se si è creato un terreno in cui si è acquisita una conoscenza informale di certi fatti matematici, è più facile e più produttivo costruire su questo terreno una conoscenza più formalizzata.

Sarà opportuno allora, qualunque sia il percorso scelto, lasciare che i ragazzi giochino con gli *exhibit* che più li incuriosiscono o che risultano per loro abbastanza semplici da gestire; e questo induce a rispettare con molta attenzione le scelte compiute dai vari gruppi di studenti relative al problema di cui occuparsi.

La guida descriverà a grandi linee gli *exhibit* soffermandosi a spiegare le "indicazioni di uso" degli oggetti e a proporre le domande contenute nei cartellini esplicativi che sono a fianco di ogni *exhibit*, ma dovrà evitare con cura di sostituirsi ai ragazzi nella ricerca di spiegazioni e risposte. Il suo compito sarà soprattutto quello di dare unità alla esposizione trovando una chiave di lettura interessante per i suoi uditori.

Presentiamo qui tre possibili percorsi, e faremo poi anche qualche considerazione relativamente alla scelta fra questi tre percorsi e ai motivi che ci spingono a suggerire il primo dei tre.

Il percorso consigliato: visualizzazione tridimensionale

Si tratta di un percorso che non si aggancia a una particolare "fetta" del programma svolto a scuola, ma mira piuttosto a valorizzare certe potenzialità "trasversali": si coglie l'occasione offerta dalla mostra per incentivare le capacità di osservazione, immaginazione, visualizzazione (soprattutto tridimensionale). Lo riteniamo particolarmente adatto a questa fascia di età perché è proprio in questa fase che si può cercare di affinare criticamente e consapevolmente queste capacità – spesso presenti a livello intuitivo in età infantile e invece assai carenti in età adulta; un utilizzo critico può viceversa consolidarle e stabilizzarle, il che è utile in differenti contesti (e non solo matematici).

Il percorso suggerito in mostra comprende naturalmente molti *exhibit* della sezione sulla visualizzazione, ma non si limita certo a questa: non si tratta qui infatti di "studiare" la visualizzazione in quanto ad esempio prospettiva, ma piuttosto di mettere in risalto un certo tipo di capacità; e in effetti tutte le sezioni comprendono *exhibit* che suggeriscono problemi per risolvere i quali è necessaria (o per lo meno molto utile) anche una buona dose di fantasia e di immaginazione: in primo luogo quasi tutta la sezione di topologia, ma anche buona parte degli *exhibit* delle altre due sezioni.

Il percorso suggerito in mostra suggerisce di mettere l'accento sui seguenti *exhibit*:

- Nella sezione massimi e minimi

1. *Costruzioni*
2. *Il massimo per un rettangolo 2*
3. *Problemi di rete*

I tre *exhibit* su cui suggeriamo di mettere l'accento in questa sezione sono quelli che ci sembra esaltino maggiormente le capacità di visualizzazione.
Il primo propone di riprodurre le immagini su un poster di diversi "oggetti" costruiti tutti con otto cubetti uguali, e di valutare fra questi quale abbia la superficie esterna di area minima. Per trovare l'area basta contare il numero delle facce "esterne", ma se si vuole trovarla solo guardando l'immagine del poster, senza costruire effettivamente l'oggetto, occorre interpretare correttamente la figura…
Nel secondo il problema è quello di trovare qual è il rettangolo di area massima che si può racchiudere su una scacchiera con una cordicella aperta di lunghezza fissata, con i due estremi che si aggancino a due pioli del bordo della scacchiera, in modo che la corda copra tre dei lati del rettangolo, e il quarto stia sul bordo: la capacità di "vedere" la soluzione dipende essenzialmente dalla capacità di "vedere" cosa succede appoggiando uno specchio al bordo della scacchiera.
Nel terzo occorre individuare la rete di lunghezza minima che collega alcuni punti assegnati. Si può procedere semplicemente misurando i percorsi proposti con un apposito righello; oppure ci si può ricordare del teorema di Pitagora, che può aiutare a stabilire se un percorso è più lungo di un altro. Ma ci vuole certo una bella immaginazione per visualizzare che, nel caso dei quattro punti ai vertici di un quadrato, le reti proposte non comprendono quella di lunghezza minima e ce n'è una più corta ancora di tutte quelle proposte (e che si può vedere nell'*exhibit* virtuale *Tra la X e la H*)!

- nella sezione visualizzazione

4. *Mate-Milano*
5. *La camera di Ames*
6. *Il punto di vista*
7. *Il finto coro del Bramante*

Il primo exhibit mostra un insieme disordinato (apparentemente disordinato!) di numeri che, proiettati da un opportuno punto di vista, fanno apparire sul muro la scritta "MILANO" e ha lo scopo di introdurre il problema delle ambiguità che si pongono quando si deve ricostruire un oggetto tridimensionale a partire da una sua proiezione.
Una proiezione può anche essere semplicemente ciò che "si vede" sulla nostra retina, e il nostro cervello è abituato a interpretarlo ricostruendo un oggetto tridimensionale; è talmente abituato che a volte viene tratto in inganno, ad esempio quando – come nel

secondo *exhibit* – ad arte si costruisce una stanza “anormale” che però da un certo punto di vista “si vede come” una stanza normale: il nostro cervello non ha dubbi nella interpretazione, al punto che “adatta” alla situazione qualunque oggetto venga inserito nella stanza, dandoci una impressione errata delle dimensioni e degli angoli.
Il terzo *exhibit* si propone di spiegare il fenomeno che sta alla base di queste impressioni e come mai a volte oggetti “diversi” ci appaiono “uguali” e oggetti “uguali” ci appaiono “diversi”.
Infine, il quarto *exhibit* mostra un bellissimo esempio di questa stessa “illusione” nell’architettura milanese: nella chiesa di S. Maria presso S. Satiro, Bramante ha realizzato una finzione prospettica che fa sì che il coro, entrando nella chiesa, ci appaia molto più lungo di quanto è nella realtà, come sarebbe se la pianta della chiesa fosse a croce latina. Il modello presente in mostra, diviso longitudinalmente in due parti delle quali l’una rappresenta la chiesa come è e l’altra lo sviluppo architettonico di "come immaginiamo che sia il finto coro, vedendolo", permette di verificare, guardando da un opportuno punto di vista, che la prospettiva e l'architettura della volta del coro si ricompongono in un'unica immagine.

- nella sezione topologia

8. *Una questione nodale*
9. *Quanto è annodato un nodo*
10. *Percorsi senza incroci*
11. *Fantamilano*

I primi due di questi *exhibit* propongono proprio un “esercizio di immaginazione”: identificare i disegni dei poster (oppure l’oggetto che si tiene in mano) e associarli alle forme appese. Non si tratta di un problema topologico, e non serve neppure introdurre il nome “nodi” o discutere di che cosa si chiama nodo in matematica: si tratta semplicemente di prendere in mano un “garbuglio” colorato e cercare a quale assomiglia fra quelli appesi.
Il terzo propone un problema in cui la possibilità o meno di trovare una soluzione dipende sostanzialmente dalla superficie su cui si lavora e che quindi costituisce una buona introduzione a fantasticare di strane superfici su cui succedono cose strane. Una buona premessa per Fantamilano, dove le “stranezze” sono ancora più accentuate. Le animazioni nella parte virtuale della mostra, in *Da un poligono a una superficie* (e in particolare *La mappa di Milano su un bitoro* e *La mappa di Milano su un nastro di Moebius*), sono in questo caso preziose per visualizzare cosa sta succedendo.

- nella sezione simmetria

12. *Qual è l’intruso*
13. *Un altro enigma agli specchi*

I due *exhibit* su cui suggeriamo di mettere l’accento in questa sezione sono quelli che esaltano maggiormente le capacità di visualizzazione.
In *Qual è l’intruso* c’è la possibilità, sempre affascinante per grandi e piccoli, di “vedere l’infinito”; il problema proposto chiede di “scoprire”, a partire da un disegno,

se e come questo possa essere ricostruito in una camera di specchi di forma quadrata. La sensazione di vedere l'infinito diventa ancora più coinvolgente quando vediamo noi stessi, come nell'esperienza proposta in *Un altro enigma agli specchi*, dove si chiede anche di individuare la mattonella giusta per ricostruire un dato pavimento.
L'ordine in cui la guida presenterà gli *exhibit* non sarà necessariamente quello in cui li abbiamo qui elencati, ma potrà anche dipendere dalle esigenze logistiche del momento. Suggeriamo in ogni caso di mostrare l'*exhibit Il massimo per un rettangolo 2* DOPO essere passati dalla sezione sulla simmetria.
Per quanto riguarda la parte virtuale della mostra, elenchiamo qui di seguito le animazioni che ci sembrano più adatte in questo percorso, precisando che non ci sembra realistico mostrare tutte quelle qui suggerite nello spazio della visita guidata di un'ora. Le elenchiamo ugualmente sia perché possono essere quelle più adatte per il lavoro successivo dei ragazzi a gruppi nella seconda ora, se un gruppo preferisce concentrarsi su un *exhibit* virtuale, sia perché possono essere eventualmente riprese successivamente in classe con l'ausilio del CD di prossima pubblicazione.
Le animazioni che ci sembra opportuno comunque far vedere sono quelle già citate nel percorso, in stretto legame con alcuni degli *exhibit* "reali".
La lista delle animazioni consigliate comprende:

- nella sezione massimi e minimi

1. *Il problema di Erone*
2. *Caccia al punto di Steiner*
3. *Tra la X e la H*
4. *Verso la sfera*
5. *Catenoide o elicoide*

Le prime due sono animazioni interattive. Nella prima si tratta di individuare il percorso minimo fra due punti, con la consegna di dover passare da un punto di una retta assegnata; e la soluzione è semplice se si riesce a "vedere" il ruolo che la simmetria gioca in questo problema. Nella seconda si tratta di piazzare, dato un triangolo, il punto tale che sia minima la somma delle distanze di questo punto dai tre vertici del triangolo: anche questo un bell'esercizio di immaginazione.
Le altre tre animazioni non sono interattive: la prima, già citata, mostra la soluzione del problema della rete di lunghezza minima fra i quattro vertici di un quadrato; la seconda è un filmato che mostra come la sfera sia l'oggetto di area esterna minima, a parità di volume; la terza si suggerisce qui semplicemente per la bellezza e la forza di suggestione fornita dalle superfici ottenute con le lamine di sapone (e, al posto di questa, si può equivalentemente utilizzare una qualunque delle altre tre animazioni sulle lamine di sapone).

- nella sezione visualizzazione

6. *matemilano*
7. *Viaggio nel dipinto di Piero*

Si tratta di due animazioni (non interattive): la prima mostra oggetti diversi che, visti da un opportuno punto di vista, appaiono tutti come il logo della mostra; la seconda presenta una possibile ricostruzione tridimensionale della scena dipinta da Piero della Francesca nel quadro della Sacra Conversazione.

- nella sezione topologia

8. *Snodi e colori*
9. *Borromei e no*
10. *Due numeri per un nodo*
11. *Percorsi senza incroci*
12. *Tagliare una superficie*
13. *Da un poligono a una superficie* (*Dal rettangolo a…*; *La mappa di Milano su un bitoro*; *La mappa di Milano su un nastro di Moebius*)

Si tratta di animazioni interattive. Nelle prime due si ha a disposizione il disegno di un nodo e si può modificarlo (o scambiando i due rami di un incrocio, oppure, nella prima, anche "aprendo" questo incrocio): non è facile immaginare e prevedere che cosa può succedere a seguito delle varie mosse.
La terza mostra la genesi di una intera famiglia di nodi che si possono costruire a partire da due numeri interi: si parte da un certo numero di segmenti (ecco il primo numero), li si "attorciglia" (e il secondo numero precisa quanto li si attorciglia) e li si richiude. Il nodo ottenuto non è necessariamente "tutto d'un pezzo", e l'animazione mostra con i colori da quanti pezzi è composto. Si può allora cercare di prevedere come varia questo numero di pezzi rispetto ai due numeri in base ai quali si costruisce il nodo. Sarebbe davvero una bella scoperta se si arrivasse a intuire che si tratta del MCD dei due numeri di partenza: è significativo veder spuntare il Massimo Comun Divisore in un contesto che appare molto lontano da quelli dove siamo abituati a usarlo!
La quarta ripropone, nell'ambito virtuale, il problema posto dall'*exhibit* omonimo, mostrando anche come questo equivalga a un problema posto su una superficie diversa dal piano. La prima delle tre animazioni in *Da un poligono a una superficie* è pure utile per vedere questa equivalenza, mentre *Tagliare una superficie* può aiutare a capire perché il problema non è risolubile sul piano.
Infine, le ultime due animazioni in *Da un poligono a una superficie* mostrano la genesi dell'*exhibit Fantamilano.*

- nella sezione simmetria

14. *Riconosci un fregio*
15. *Riconosci un mosaico*

Non è facile individuare il tipo di simmetria di una figura; le animazioni proposte permettono di sfruttare le proprie capacità di "colpo d'occhio" (cercando di vedere a quale dei modelli proposti assomiglia di più una data fotografia) per poi gradualmente affinarle, seguendo i suggerimenti forniti dalla animazione se il primo tentativo non è stato corretto.

Un altro percorso: misura (lunghezze, aree, volumi)

Si tratta di un percorso che può essere utile per impostare (o riprendere, o fare il punto su) un discorso sulla misura. Può essere utilizzato sia all'inizio, per avviare il discorso su perimetro, area, volume, sia viceversa come conclusione di un percorso già fatto in classe, per consolidare i concetti e/o verificare che cosa sia rimasto. I fili conduttori sono:

- acquisire/consolidare i concetti di perimetro, area, e volume su problemi in cui ciò che è rilevante non è tanto il calcolo quanto l'aver chiaro il significato delle diverse grandezze (problemi tutti dello stesso tipo, volti solo a applicare una formula per calcolare qualcosa, rischiano viceversa di portare a confusioni fra i tre concetti).
- capire come non in tutti i problemi ciò che serve è una misura: in alcuni contesti questo è rilevante, in altri contesti no.

Ci sembra in ogni caso fondamentale inserire nel percorso il concetto di volume (e quindi gli *exhibit* relativi a problemi di geometria solida e non piana) anche per le prime classi, dove non hanno ancora trattato sistematicamente la geometria solida.

Il percorso suggerito in mostra comprende naturalmente tutta la sezione sui massimi e minimi, ma prevede l'aggiunta di singoli *exhibit* in altre sezioni, su cui mettere particolarmente l'accento durante la visita guidata, e precisamente:

- nella prima sezione (dedicata alle applicazioni) si può illustrare il poster *Quanto è alto il Duomo di Milano* che suggerisce l'uso della proporzionalità per stimare una misura di altezza.

- nella sezione massimi e minimi

1. *Arrotondando… 1*
2. *Il massimo per un rettangolo 1* e *Il massimo per un rettangolo 2*
3. *Arrotondando… 2*
4. *Costruzioni*
5. *Problemi di rete*

Il primo *exhibit* fornisce la motivazione del problema e l'aggancio con Milano: la proprietà isoperimetrica del cerchio (ovvero il fatto che si tratti della figura che – a parità di perimetro – abbia area massima) giustifica probabilmente la forma circolare della pianta di Milano, nel suo evolversi attraverso i secoli.

Il secondo propone con una cordicella di lunghezza assegnata (perimetro fissato) di individuare il rettangolo di area massima; il problema è posto in due versioni, la seconda delle quali abbiamo già descritto nel primo percorso.

Il terzo *exhibit* presenta il problema "duale": questa volta è fissata l'area (si propone di costruire poligoni con un determinato numero di tessere triangolari uguali fra loro) e ci si domanda fra questi quali siano quelli di perimetro minimo. Il problema si presta anche a interessanti osservazioni collaterali: ad esempio, una volta osservato che l'esagono regolare, costruibile con 6 tessere, è una forma "buona", quante tessere ci vorranno per costruire un esagono regolare di lato doppio?

Il quarto *exhibit* pone un problema analogo al precedente in dimensione superiore (a parità di volume, trovare il poliedro di area esterna minima) ed è già stato descritto nel primo percorso, così come anche il successivo.

- nella sezione visualizzazione

6. *Il punto di vista*

Nell'ambito di un percorso sulla misura è interessante far notare anche situazioni in cui la misura non si conserva: le immagini che si inseriscono nella piramide visiva si vedono allo stesso modo, anche se si tratta magari di poligoni di area diversa e con perimetri diversi.

- nella sezione topologia

7. *Percorso senza ritorni*
8. *Percorsi senza incroci*
9. *Fantamilano*

Il primo *exhibit* propone un problema che tratta di percorsi, come *Problemi di rete*, ma in cui è facile dopo qualche tentativo rendersi conto che la lunghezza di questi percorsi è un dato totalmente irrilevante rispetto al problema. In questo caso sono altri i fattori in gioco e occorre capire quali.
Gli altri due *exhibit* (già descritti nel primo percorso) sono qui proposti – in chiave essenzialmente immaginifica – proprio come contraltare al discorso sulla misura: assimilare i concetti di lunghezza, area ecc. significa anche aver chiaro in quali contesti queste quantità rappresentino informazioni rilevanti e in quali no.

- nella sezione simmetria

10. *Ogni rosone al suo posto 1*

Si propone in questa sezione di mettere l'accento su questo *exhibit* approfittandone sia per richiamare la soluzione di *Il massimo per un rettangolo 2*, sia per far notare che le riflessioni conservano le lunghezze (e le aree; e i volumi). L'*exhibit* si presta anche a un significativo collegamento con *Il problema di Erone*, nella sezione massimi e minimi della parte virtuale della mostra.

Come già si osservava nel primo percorso, l'ordine in cui la guida presenterà gli *exhibit* non sarà necessariamente quello in cui li abbiamo qui elencati. Suggeriamo però comunque, nel caso di questo percorso, di partire dalla sezione dedicata a massimi e minimi.
Per quanto riguarda la parte virtuale della mostra, valgono le stesse osservazioni fatte a proposito del primo percorso e la lista delle animazioni consigliate comprende*:*

- nella sezione massimi e minimi

1. *Arrotondando…*
2. *Verso i poligoni regolari*
3. *Verso il quadrato*
4. *La rete minima fra tre punti*

5. *Il problema di Erone*
6. *Caccia al punto di Steiner*
7. *Verso la sfera*
8. *Tra la X e la H*
9. *Catenoide o elicoide*

Le prime due animazioni mostrano come, a parità di area, e fissato il numero di lati, il poligono regolare sia quello di perimetro minimo. La prima mostra anche come successivamente aumentando il numero di lati il perimetro continui a diminuire… fino ad arrivare al cerchio; la seconda è interattiva e permette di piazzare come si vuole i vertici del poligono che poi l'animazione farà evolvere, a parità di area, fino a quello di perimetro minimo.

La terza e la quarta animazione fanno uso di un grafico; nel primo caso per illustrare il perimetro di rettangoli aventi tutti la stessa area, al fine di mostrare che il quadrato è quello di perimetro minimo; nel secondo caso per illustrare la lunghezza della rete minima fra tre punti: arrivati alla conclusione che tale rete si raggiunge (quasi sempre!) fissando un punto interno al triangolo e congiungendolo con i tre vertici, si tratta di valutare quando si raggiunge il minimo al variare della posizione di questo punto.

Le successive animazioni sono già state descritte nell'ambito del primo percorso.

Vogliamo solo aggiungere, a proposito di *Catenoide o elicoide*, che si propone qui (oltre che per i motivi che già si dicevano e per i quali potrebbe andar bene in realtà una qualunque delle quattro animazioni sulle lamine di sapone) anche per il fatto che la trasformazione che "arrotola" la catenoide sull'elicoide è in realtà localmente una isometria: questo significa che si potrebbero proprio arrotolare l'una sull'altra come quando si arrotola un foglio di carta piano su un cilindro. Piano e cilindro non sono la stessa cosa, ma la carta è rigida e le informazioni di lunghezze e di aree si mantengono in questo passaggio.

- nella sezione topologia

10. *Percorsi senza incroci*
11. *Tagliare una superficie*
12. *Da un poligono a una superficie* (*Dal rettangolo a…*; *La mappa di Milano su un bitoro*; *La mappa di Milano su un nastro di Moebius*)

Le animazioni sono già state tutte descritte nell'ambito del primo percorso.

- nella sezione simmetria

13. *Costruisci il tuo fregio*
14. *Costruisci il tuo mosaico*

Si tratta di animazioni interattive che permettono di costruire figure con un assegnato tipo di simmetria. Possono essere usate, nell'ambito di questo percorso, per passare dal discorso sulla misura al discorso delle trasformazioni che conservano la misura, cioè alle isometrie. Le "belle figure" che si possono costruire con questi caleidoscopi virtuali stimolano in modo naturale l'osservazione delle isometrie che mantengono inalterate le figure stesse.

Un altro percorso: trasformazioni geometriche

Si tratta di un percorso che può essere utile per una classe dove si voglia approfittare dell’occasione per impostare (o riprendere, o fare il punto su) un discorso sulle trasformazioni geometriche. Può essere utilizzato sia all’inizio, per avviare un discorso sulle trasformazioni, sia viceversa come conclusione di un percorso già fatto in classe per consolidare i concetti e/o verificare cosa sia rimasto.

Il filo conduttore principale è quello della simmetria di una figura, come situazione in cui prendere dimestichezza con le isometrie, imparando a osservare e riconoscere le isometrie che fissano una figura; il percorso si presta anche bene a essere ripreso successivamente (magari d’intesa con l’insegnante di educazione artistica) come stimolo alla osservazione della realtà ambientale che ci circonda. Come complementi a questo filo si può anche far osservare contesti dove la simmetria può essere utilizzata per risolvere un problema e infine far osservare situazioni in cui le trasformazioni coinvolte non sono più isometrie.

Il percorso suggerito in mostra comprende naturalmente tutta la sezione sulla simmetria, ma prevede l’aggiunta di singoli *exhibit* in altre sezioni, su cui mettere particolarmente l’accento durante la visita guidata, e precisamente:

- nella sezione simmetria

1. *Ogni rosone al suo posto 1*
2. *Ogni rosone al suo posto 2*
3. *Ogni rosone al suo posto 3*
4. *Dal piano allo spazio*
5. *Qual è l’intruso*
6. *Un altro enigma agli specchi*
7. Gli otto poster dei *Fregi*

Nei primi due *exhibit* si chiede la ricostruzione di alcuni oggetti noti o di alcuni fra i monumenti raffigurati nei poster e successivamente il confronto fra la ricostruzione ottenuta mediante lo specchio e l’immagine “vera”. L’attività di osservazione delle coincidenze, delle differenze, delle impossibilità a procedere costituisce la base di esperienza necessaria per parlare poi a scuola, con qualche efficacia, di simmetria.

Le figure a disposizione dei rosoni permettono, usando questi due *exhibit* (per riconoscere le riflessioni che fissano la figura) e anche il terzo (per riconoscere le rotazioni che fissano la figura), anche una attività un po’ più fine cioè quella di classificare il tipo di simmetria di un rosone: a quale assomiglia di più, fra quelli raffigurati nei due poster? E possiamo arrivare a formalizzare questa vaga nozione di “assomiglia di più” in termini di presenza/assenza di simmetria?

Il quarto *exhibit* permette di osservare una situazione genuinamente tridimensionale … e di capire come mai gli *exhibit* precedenti costituivano strumenti per studiare essenzialmente la simmetria piana, anche se si sono usati con dei monumenti tridimensionali.

Gli *exhibit Qual è l’intruso* e *Un altro enigma agli specchi* sono già stati descritti nell’ambito del primo percorso.

Infine, è utile far osservare i poster sui *Fregi*, che presentano, raggruppate nei sette tipi di simmetria possibili, fotografie di fregi incontrati per le vie di Milano: si tratta di decorazioni molto comuni per cui ogni ragazzo, se solo una volta ci presta attenzione, si accorgerà che ne incontra a decine soltanto nel tragitto da casa a scuola!

- nella sezione massimi e minimi

8. *Il massimo per un rettangolo 2*

L'*exhibit*, già descritto nel primo percorso, propone un problema per la cui soluzione è utile il concetto di simmetria.

- nella sezione visualizzazione

9. *Il punto di vista*
10. *La camera di Ames*

Gli *exhibit* sono già stati descritti nel primo percorso; si propongono qui soprattutto al fine di osservare trasformazioni che non sono trasformazioni isometriche.

- nella sezione topologia

11. *Nodi allo specchio*
11. *Percorsi senza incroci*
12. *Fantamilano*

Il primo *exhibit* mostra due nodi insieme alle loro immagini speculari e pone il problema di decidere se un nodo è o non è uguale alla sua immagine speculare. Il problema in realtà è difficile e già con i due nodi proposti ci si può accorgere che in un caso è vero e nell'altro no. Può essere una bella occasione per far notare in quanti modi diversi usiamo la parola "uguali"!
Gli altri due *exhibit* (già descritti nel primo percorso) sono qui proposti – in chiave essenzialmente immaginifica – come contraltare al concetto di isometria: assimilare questo concetto significa anche avere un bagaglio di esperienze di situazioni in cui le trasformazioni coinvolte non sono isometrie.

Come già si osservava nel primo percorso, l'ordine in cui la guida presenterà gli *exhibit* non sarà necessariamente quello in cui li abbiamo qui elencati. Suggeriamo però comunque, nel caso di questo percorso, di partire dalla sezione dedicata alla simmetria.
Per quanto riguarda la parte virtuale della mostra, valgono le stesse osservazioni fatte a proposito del primo percorso e la lista delle animazioni consigliate comprende:

- nella sezione massimi e minimi

1. *Il problema di Erone*
2. *Catenoide o elicoide*

La prima animazione è già stata descritta nell'ambito del primo percorso e propone un bel problema di minimo in cui la simmetria si rivela uno strumento prezioso.
La seconda animazione è pure già stata descritta nell'ambito del primo e del secondo percorso e si propone qui per i motivi già esplicitati nel caso del secondo percorso.

- nella sezione topologia

3. *Percorsi senza incroci*
4. *Tagliare una superficie*
5. *Da un poligono a una superficie* (*Dal rettangolo a…*; *La mappa di Milano su un bitoro*; *La mappa di Milano su un nastro di Moebius*)

Le animazioni sono già state tutte descritte nell'ambito del primo percorso.

- nella sezione simmetria

6. *Galleria di immagini*
7. *Costruisci il tuo fregio*
8. *Costruisci il tuo mosaico*
9. *Riconosci un fregio*
10. *Riconosci un mosaico*

La prima animazione è una pagina ipertestuale che mostra un gran numero di immagini raggruppate a seconda del loro tipo di simmetria. Si può semplicemente osservare le immagini, ma si può anche, per ciascuna delle righe comprendente tre immagini relative a un dato gruppo di simmetria, vedere una animazione che mostra la "struttura" di questo gruppo. Questa pagina, vivamente raccomandata per questo tipo di percorso, dà una idea di cosa possa significare classificare una figura rispetto al suo tipo di simmetria.
La seconda e la terza animazione sono già state descritte nell'ambito del secondo percorso sulla misura.
La terza e la quarta animazione sono già state descritte nell'ambito del primo percorso sulla visualizzazione.

Commenti
Abbiamo presentato questi tre percorsi privilegiando in modo esplicito il primo rispetto agli altri due e vogliamo ora darne le motivazioni.
Gli ultimi due percorsi sono sicuramente più direttamente collegati ai programmi scolastici; questo, se da un lato è un vantaggio, presenta anche dei rischi e sarebbe un vero peccato per i ragazzi che la visita alla mostra si tramutasse in qualcosa di troppo simile a una "appendice" del lavoro in classe, sia pure svolta in un contesto affatto diverso.
Inoltre, entrambi (pur contenendo *exhibit* da tutte e quattro le sezioni) sono essenzialmente polarizzati su una sola di queste sezioni, mentre il primo percorso è quello più equilibrato fra le varie sezioni e ci sembra quindi sfruttare appieno le potenzialità della mostra.
Un'altra motivazione a nostro avviso non irrilevante è costituita dal fatto che la maggioranza degli *exhibit* principali relativi agli ultimi due percorsi sono abbastanza facilmente ricostruibili, in modo artigianale e con materiale povero, in una classe; mentre non si può dire la stessa cosa per tutti gli *exhibit* del primo percorso. Si può benissimo allora, dopo aver visto la mostra, riproporre in classe gli esperimenti su perimetro e area della sezione massimi e minimi usando delle tessere in cartoncino, e un geopiano (o anche addirittura soltanto la carta a quadretti). Non sarà altrettanto

“bello” dal punto di vista estetico, ma i problemi geometrici si possono porre ugualmente e il fatto di averli visti in altra forma può stimolare il desiderio di riprodurne di analoghi, magari d’intesa con l’insegnante di educazione tecnica: e siamo tutti ben consci di quanto possa diventare più “coinvolgente” un problema se i ragazzi in prima persona hanno collaborato a realizzare gli strumenti per analizzarlo.
Allo stesso modo per gli *exhibit* della sezione sulla simmetria bastano in fondo degli specchi (o una carta specchiante autoadesiva incollata su un cartoncino), senza contare il fatto che è stabilmente (e gratuitamente) a disposizione presso il Dipartimento di Matematica una mostra *Simmetria, giochi di specchi*, interamente dedicata al tema della simmetria.

Ci sembra quindi senza dubbio che il primo percorso sia quello più adatto e stimolante per i ragazzi di questa fascia di età, e quello che meglio sfrutta le potenzialità della mostra. Abbiamo voluto descrivere anche gli altri due, pensando soprattutto a percorsi riproponibili anche in classe, dopo la visita alla mostra, e con opportuni rimandi a quanto si è visto.